

**APPLICATION D'UNE METHODE DE CLASSEMENT PAR LA
LOGIQUE FLOUE A LA CONCEPTION PRELIMINAIRE DE
MECANISMES**

**APPLICATION OF A FUZZY LOGIC ORDERING METHOD TO
PRELIMINARY MECHANISM DESIGN**

Jean-Christophe FAUROUX, Christophe SANCHEZ, Marc SARTOR

Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse
Av. de Rangueil, 31077 TOULOUSE Cedex
Tel : 05.61.55.97.18 Fax : 05.61.55.97.00
Mél : JC.Fauroux@gmm.insa-tlse.fr - Marc.Sartor@gmm.insa-tlse.fr

RESUME

Nous proposons d'appliquer une méthode de logique floue à la conception préliminaire de mécanismes. Cette méthode nous permet de classer des mécanismes, conçus préalablement par une méthode automatique, et s'adapte parfaitement au caractère vague des connaissances du concepteur à ce stade précoce de la conception. L'algorithme de comparaison entre deux mécanismes, qui est basé sur les implications de Mamdani, est présenté en détails à travers un exemple. Malgré son coût en temps de calcul, cette méthode offre une alternative intéressante aux méthodes multi-critères conventionnelles car elle utilise directement des grandeurs qualitatives.

ABSTRACT

A fuzzy logic method was implemented and applied to preliminary mechanism design. This method permits to order a set of previously automatically designed mechanisms and fits perfectly to the vagueness of the designer knowledges, at least at this early stage of design. The comparison algorithm between two mechanisms, which is based on Mamdani implications, is detailed with an example. In spite of its calculation cost, this method offers an interesting alternative to conventional multi-criteria methods because it directly uses qualitative data.

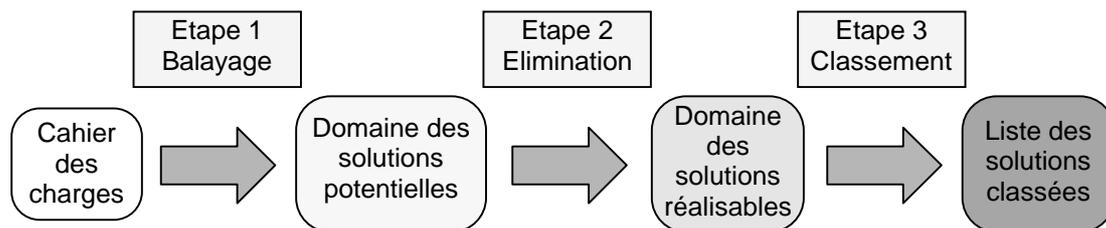
I. INTRODUCTION

La logique floue, qui a connu un essor considérable dans les domaines les plus variés, reste néanmoins assez peu utilisée en mécanique. Pourtant, elle semble d'un intérêt prometteur en matière de conception, tout particulièrement pour les phases précoces de la conception où l'on raisonne encore de façon qualitative sans se préoccuper de dimensions exactes. Afin d'évaluer les avantages de la logique floue dans ce domaine, nous avons tenté de l'intégrer dans un système d'aide à la conception préliminaire de mécanismes à engrenages. Ce système fonctionnait déjà correctement avec une méthode de classement multi-critères plus traditionnelle. Nous souhaitons voir si la logique floue s'avère utile dans cet exemple et si elle permet de corriger les quelques points qui ne nous donnaient pas entièrement satisfaction.

II. NATURE DU PROBLEME

On veut améliorer par la logique floue un système d'aide à la conception préliminaire de mécanismes à engrenages [FAU.97]. Il s'agit d'un programme qui fournit une liste de mécanismes-solutions répondant à un certain cahier des charges. Ce programme est basé sur une méthode en trois étapes (Fig. 1) :

1. Balayage du domaine des mécanismes-solutions ;
2. Elimination des candidats qui ne satisfont pas aux règles de conception ;
3. Classement des candidats restants par ordre de préférence.



*Fig.1 : Structure du programme de conception préliminaire de mécanismes
Structure of the preliminary mechanism design program*

On s'intéresse maintenant en particulier à l'étape 3. Pour pouvoir classer les mécanismes-solutions, on attribue une note à chacun d'entre eux. On a les hypothèses suivantes :

- Chaque mécanisme-solution M_i est constitué de N_e étages, mécanismes élémentaires connecté en série et puisés dans une base de mécanismes.
- Chacun des mécanismes élémentaires est préalablement noté par un expert suivant N_c critères et les notes sont mémorisées dans la base de mécanismes.

La démarche suivie pour calculer la note d'un mécanisme-solution est définie comme suit (Fig. 2) :

- La note de la solution M_i est obtenue comme une moyenne des notes des N_e étages qui la constituent.
- Des coefficients de pondération K_c permettent de régler l'importance respective des critères.

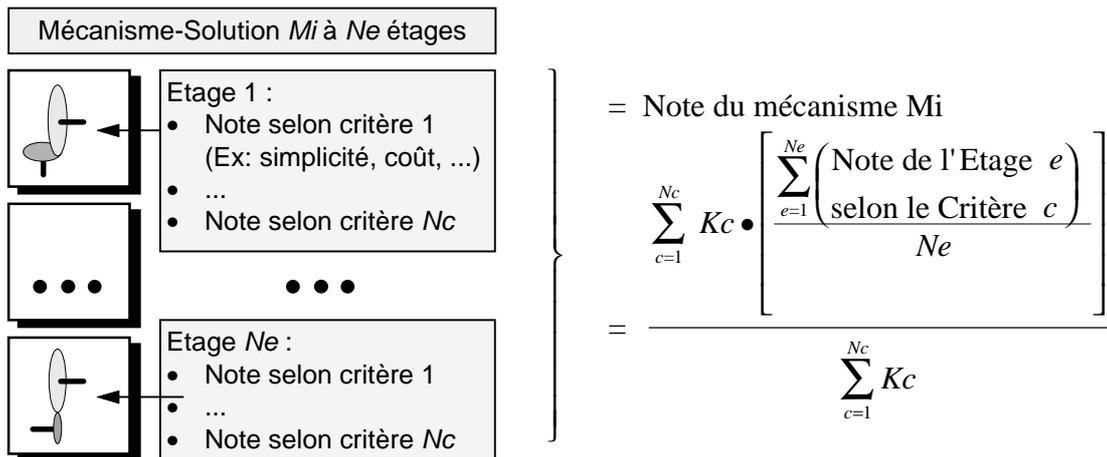


Fig.2 : Calcul "traditionnel" de la note d'un mécanisme-solution M_i
 "Traditional" way of obtaining the mark for a mechanical solution M_i

Avantages de cette démarche multi-critères assez "traditionnelle" :

- Simplicité (pour le programmeur comme pour l'utilisateur) ;
- Vitesse d'exécution ;
- Résultats bien confirmés par la pratique.

Inconvénients :

- Le concepteur raisonne généralement de façon qualitative avec des variables linguistiques plutôt que numériques. Il sait, par exemple, qu'un engrenage cylindrique est "moins cher" et "plus facile à monter" qu'un engrenage conique. Avec cette méthode, il devrait donner une note (sur 100 par exemple) à chaque mécanisme élémentaire de la base (Tab. 3).

| Nature des critères | Type d'engrenage | |
|--------------------------------------|------------------|---------|
| | Cylindrique | Conique |
| Coût de fabrication (note sur 100) | 50 | 15 |
| Simplicité de montage (note sur 100) | 50 | 10 |

Tab.3 : Exemples de notes affectées aux mécanismes
 Examples of marks given to mechanisms

Il est difficile de justifier les notes au point près. Les notes ont un sens relatif : si on attribue 15 à l'engrenage conique et non pas 40, c'est uniquement parce qu'il y a d'autres mécanismes qui s'intercalent entre les engrenages cylindriques et coniques.

D'autre part, il faut ré-échelonner ces notes lorsqu'on rajoute ou supprime des mécanismes élémentaires dans la base.

- Pour construire la note globale, on mélange des grandeurs de nature différente.

Ces quelques réserves justifient donc notre intérêt pour une démarche différente, telle que celle que propose la logique floue. Nous tenterons donc de déterminer si l'usage de la logique floue s'avère justifié ainsi que ses points fort et faibles dans le contexte mécanique qui est le notre.

III . ALGORITHME FLOU RETENU

Nous allons maintenant présenter, à travers un exemple simple, l’algorithme flou retenu pour comparer deux solutions. Une fois que la notion de “comparaison” sera définie, il sera facile de procéder à un “classement” pour l’étape 3.

1 . Exemple simple

On souhaite comparer deux mécanismes-solutions A et B composés chacun de deux étages (respectivement A1, A2 et B1, B2) et évalués selon deux critères C1 et C2 (Tab. 4).

| | Solution A | | Solution B | |
|------------|------------|----------|------------|----------|
| Critères | Étage A1 | Étage A2 | Étage B1 | Étage B2 |
| Critère C1 | B | TF | B | M |
| Critère C2 | TF | F | F | TB |

Avec les abréviations suivantes :

| | | | | |
|------------------|------------|-----------|---------|---------------|
| TF : Très Faible | F : Faible | M : Moyen | B : Bon | TB : Très Bon |
|------------------|------------|-----------|---------|---------------|

Tab.4 : Nature des mécanismes composés à comparer
Nature of the compound mechanisms to be compared

Notons que les informations de départ sont de nature qualitative puisqu’il s’agit d’appréciations relativement vagues. Elles sont exprimées sous une forme proche de celle qu’utilise naturellement un expert pour donner son point de vue.

On utilise, dans ce cas simple, 5 classes de qualité définies chacune par une fonction d’appartenance à profil triangulaire (Fig. 5). Cette répartition en 2 extrêmes, une classe moyenne et 2 classes intermédiaires suffira pour les besoins de l’exemple mais pourra être affinée ultérieurement.

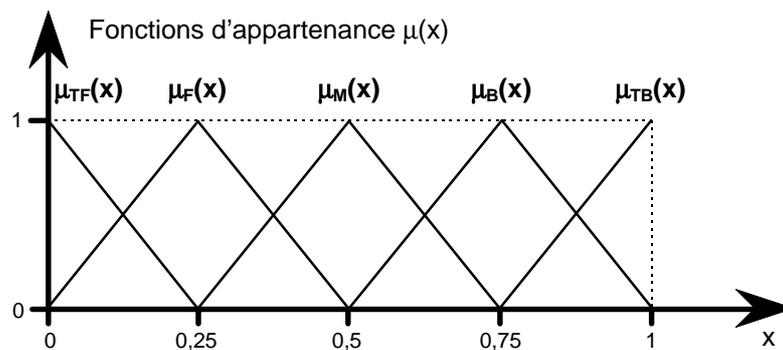


Fig.5 : Fonctions d’appartenance des 5 classes de qualité
Membership functions of the five quality classes

2 . Principe de la comparaison

La comparaison entre deux solutions A et B comporte trois phases (Fig.6) :

- Tout d’abord, chaque solution est évaluée selon chaque critère ;
- Puis les solutions sont comparées critère par critère ;
- Enfin, les divers résultats comparatifs sont combinés en un seul.

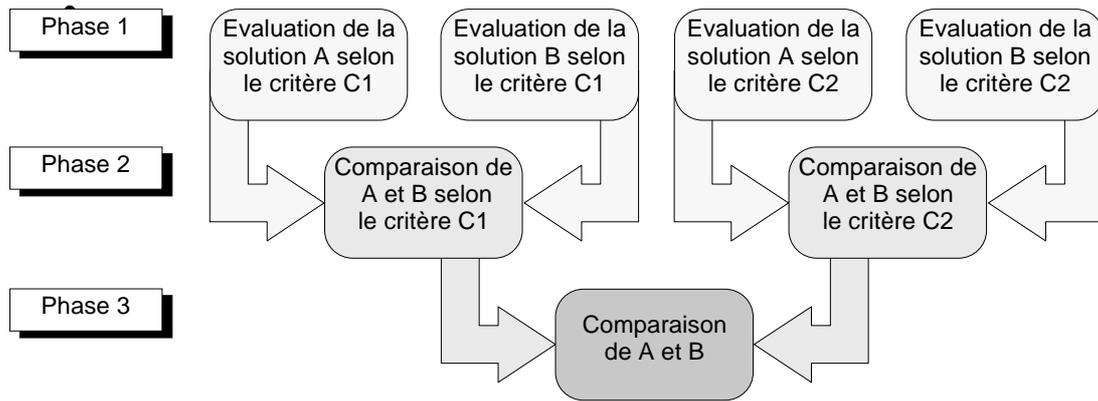


Fig.6 : Principe de la comparaison entre deux solutions A et B
Comparison principle between two solutions A and B

3 . Première phase : Evaluation de chaque solution selon un critère

Evaluons par exemple la qualité des étages constitutifs de la solution A selon le critère C1 (Tab.7).

| | Solution A | |
|------------|------------|----------|
| Critères | Etage A1 | Etage A2 |
| Critère C1 | B | TF |

Tab.7 : Evaluation de la solution A selon le critère C1
Evaluation of solution A according to criterion C1

Selon la méthode de Mamdani, on calcule alors le barycentre des aires délimitées par les fonctions d'appartenance correspondantes (Fig. 8).

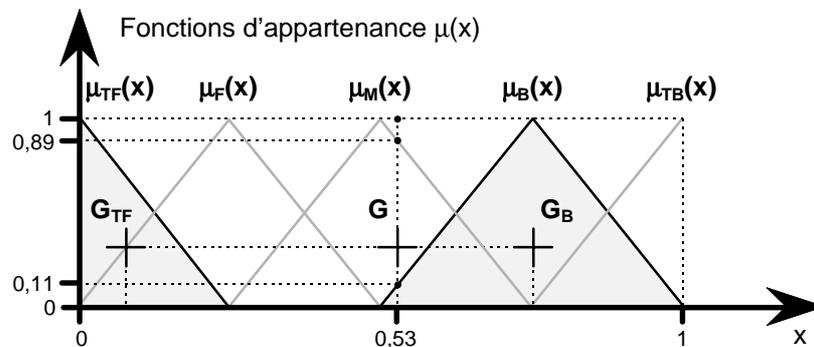


Fig.8 : Principe du barycentre de Mamdani
Mamdani barycentre principle

On obtient alors l'abscisse du barycentre global ($x = 0,53$) qui nous donne les degrés d'appartenance de la solution A à chacune des cinq classes de qualité (Tab. 9).

| TF | F | M | B | TB |
|------|------|------|------|------|
| 0,00 | 0,00 | 0,89 | 0,11 | 0,00 |

Tab.9 : Degrés d'appartenance de la solution A aux 5 classes de qualité selon C1
Membership degree of solution A to the 5 quality classes according to C1

On reprend ce calcul pour la solution B puis pour le critère C2. Les résultats obtenus sont récapitulés en Table 10.

| Evaluation de : | Valeur de x | TF | F | M | B | TB |
|-----------------|-------------|------|------|------|------|------|
| A selon C1 | 0,53 | 0,00 | 0,00 | 0,89 | 0,11 | 0,00 |
| B selon C1 | 0,63 | 0,00 | 0,00 | 0,50 | 0,50 | 0,00 |
| A selon C2 | 0,19 | 0,22 | 0,78 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| B selon C2 | 0,47 | 0,00 | 0,11 | 0,89 | 0,00 | 0,00 |

Tab.10 : Degrés d'appartenance aux 5 classes de qualité
Membership degree to the 5 quality classes

4 . Deuxième phase : Comparaison des solutions pour chaque critère

Il s'agit maintenant de comparer la solution B à la solution A connaissant leur degré de qualité selon le critère Ci. On définit les règles suivantes :

- **Si** (B a même degré de qualité que A) **Alors** (B Equivaut à A) ;
- **Si** (B a un degré de qualité de plus que A) **Alors** (B est Supérieur à A) ;
- **Si** (B a plus d'un degré de qualité de plus que A) **Alors** (B est Très Supérieur à A) ;
- ...

La Table 11 résume ces règles et fait apparaître les 5 degrés de comparaison possibles.

| Solution A | Solution B | | | | |
|------------|------------|----|----|----|----|
| | TF | F | M | B | TB |
| TF | E | S | TS | TS | TS |
| F | I | E | S | TS | TS |
| M | TI | I | E | S | TS |
| B | TI | TI | I | E | S |
| TB | TI | TI | TI | I | E |

Avec les abréviations suivantes :

| | | | | |
|---------------------|---------------|----------------|---------------|---------------------|
| TI : Très Inférieur | I : Inférieur | E : Equivalent | S : Supérieur | TS : Très Supérieur |
|---------------------|---------------|----------------|---------------|---------------------|

Tab.11 : Comparaison de B par rapport à A selon un critère Ci
Comparison of B with A according to criterion Ci

Comparons maintenant A et B selon C1. La règle précédente :

| | |
|---|---------------------------------|
| Si (B a même degré de qualité que A) | Alors (B Equivaut à A) |
|---|---------------------------------|

peut aussi s'exprimer de la façon suivante :

| | | | | | | | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| Si ((B='TF') | Et (A='TF') | Ou ((B='F') | Et (A='F') | Ou ((B='M') | Et (A='M') | Ou ((B='B') | Et (A='B') | Ou ((B='TB') | Et (A='TB') |
|-----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|

On utilise alors la définition de Mamdani [FOU.94] pour le connecteur **Et** :

$$\mu_{p \text{ et } q}(x, y) = \min(\mu_p(x), \mu_q(y))$$

La Table 12 illustre l'application de cette définition : la valeur numérique dans chaque case est obtenue en prenant le minimum des valeurs en ligne et colonne.

| | Solution B (avec valeurs d'appartenance) | | | | |
|-------------------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Solution A (val.) | TF (0,00) | F (0,00) | M (0,89) | B (0,11) | TB (0,00) |
| TF (0,00) | E (0,00) | S (0,00) | TS (0,00) | TS (0,00) | TS (0,00) |
| F (0,50) | I (0,00) | E (0,00) | S (0,50) | TS (0,11) | TS (0,00) |
| M (0,50) | TI (0,00) | I (0,00) | E (0,50) | S (0,11) | TS (0,00) |
| B (0,00) | TI (0,00) | TI (0,00) | I (0,00) | E (0,00) | S (0,00) |
| TB (0,00) | TI (0,00) | TI (0,00) | TI (0,00) | I (0,00) | E (0,00) |

Tab.12 : Comparaison de B par rapport à A selon C1 (exemple)
Comparison of B with A according to C1 (example)

On utilise ensuite la définition de Mamdani pour le connecteur **Ou** :

$$\mu_{p \text{ ou } q}(x, y) = \max(\mu_p(x), \mu_q(y))$$

Pour obtenir la Table 13, on procède de la façon suivante : pour chaque degré de comparaison dans la Table 12 (zones grisées), on ne retient que la valeur maximale.

| Critères : | TI | I | E | S | TS |
|------------|------|------|------|------|------|
| Critère C1 | 0,00 | 0,11 | 0,50 | 0,50 | 0,00 |
| Critère C2 | 0,00 | 0,00 | 0,11 | 0,78 | 0,22 |

Tab.13 : Degrés de comparaison de B par rapport à A
Degrees of comparison of B with A

On peut donc dire, à titre d'exemple, que B est supérieur à A à 50 % selon C1 et à 78 % selon C2.

5. Troisième phase : Comparaison finale

Il faut maintenant combiner les comparaisons critère par critère en une seule. Le raisonnement est du type : "S'il y a supériorité selon C1 et infériorité selon C2 alors il y a équivalence". Cela s'écrit :

$$\text{Si } ((C1='S') \text{ Et } (C2='I')) \text{ Alors } ('E')$$

On procède ensuite comme à la phase 2 (opérateur min pour la Table 14, opérateur max pour la Table 15).

| Table 14 | Critère C2 (avec valeurs d'appartenance) | | | | |
|-------------------|--|----------|----------|----------|-----------|
| Critère C1 (val.) | TI (0,00) | I (0,00) | E (0,11) | S (0,78) | TS (0,22) |
| TI (0,00) | I (0,00) | I (0,00) | I (0,00) | I (0,00) | E (0,00) |
| I (0,11) | I (0,00) | I (0,00) | I (0,11) | E (0,11) | S (0,11) |
| E (0,50) | I (0,00) | I (0,00) | E (0,11) | S (0,50) | S (0,22) |
| S (0,50) | I (0,00) | E (0,00) | S (0,11) | S (0,50) | S (0,22) |
| TS (0,00) | E (0,00) | S (0,00) | S (0,00) | S (0,00) | S (0,00) |

Tab.14 : Mixage des critères C1 et C2

Mixing criteria C1 and C2

| I | E | S |
|------|------|------|
| 0,11 | 0,11 | 0,50 |

Tab.15 : Comparaison finale de B par rapport à A
Final comparison of B to A

La proposition « S » (c'est-à-dire $B > A$) semble donc la plus plausible car sa fonction d'appartenance a la valeur la plus élevée des trois. Ce résultat confirme ce que les valeurs de la Table 4 semblaient déjà suggérer.

IV . EXEMPLE COMPARATIF

Comparons maintenant la méthode traditionnelle de classement avec la version floue. Afin de ne pas perdre la finesse de l'information de l'expert, nous avons opté pour une représentation en 7 degrés de qualité (au lieu de 5 dans l'exemple) d'où des calculs plus lourds.

Pour un même calcul comportant 1016 mécanismes-solutions, le temps de calcul est de 3 minutes pour l'algorithme flou contre une dizaine de secondes pour l'algorithme traditionnel.

Quant à la qualité du résultat obtenu (c'est-à-dire le bon ordonnancement des solutions) elle est similaire dans les deux cas.

V . CONCLUSION

Incontestablement, la logique floue est bien adaptée à la modélisation des informations qualitatives que l'on doit traiter en début de conception. L'algorithme flou présenté précédemment donne des résultats corrects, similaires à ceux obtenus par la méthode traditionnelle. Il est plus satisfaisant du point de vue de la représentation des connaissances car il correspond mieux au mode d'expression humain.

Il faut néanmoins noter que l'algorithme flou est assez coûteux en temps de calcul.

Références

- [DUB.94] DUBOIS Didier, PRADE Henri. « *Ensembles flous et théorie des possibilités : notions de base* », ARAGO 14 - Logique Floue, Masson (France), 1994, N° ISBN 2-22-584474-7, pp. 29-62.
- [FAU.97] FAUROUX Jean-Christophe, SARTOR Marc. « *Conception qualitative de mécanismes. Application aux réducteurs à engrenages* », AUM'97, Poitiers (France), 1^{er}-5 septembre 1997, Vol. 3, pp. 319-322.
- [FOU.94] FOULLOY Laurent, TITLI André. « *Aspects généraux de la commande floue* », ARAGO 14 - Logique Floue, Masson (France), 1994, N° ISBN 2-22-584474-7, pp. 64-79.
- [THU.92] THURSTON D.L., CARNAHAN J.V. « *Fuzzy ratings and utility analysis in preliminary design evaluation of multiple attributes* », Journal of Mechanical Design, Vol. 114, Dec. 1992, pp. 648-658.